

可移动天线辅助毫米波 MIMO 系统的信道估计方法

李有明, 彭永康, 蔡万源, 洪顺利

(宁波大学信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 针对可移动天线辅助的毫米波多输入多输出无线通信系统中的信道估计问题, 提出了一种基于张量分解的低复杂度信道估计方法。首先设计发射端和接收端天线相继移动的两阶段导频训练模式, 将两个阶段接收到的导频信号均表示为由因子矩阵构成的三阶张量, 基于因子矩阵范德蒙德结构的张量分解; 然后通过代数理论得到因子矩阵的闭式解; 最后结合矩阵的结构特性对信道方位角进行估计, 并根据最小二乘法求取信道增益, 从而实现了完整信道的重构。仿真实验结果表明, 与其他相关方法相比, 所提方法不仅复杂度低, 而且将信道估计性能提高了 5 dB 左右。

关键词: 多输入多输出系统; 可移动天线; 张量分解; 信道估计

中图分类号: TP393.0

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.TXXB260022

Channel estimation method for movable antenna assisted millimeter-wave MIMO systems

Li Youming, Peng Yongkang, Cai Wanyuan, Hong Shunli

School of Information Science and Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China

Abstract: A low complexity tensor decomposition method was proposed for channel estimation in movable antenna assisted multiple input multiple output wireless communication systems. First, a two-stage pilot training mode was designed where transmitter and receiver antennas moved sequentially. Then, the pilot signals received in both stages were represented as third-order tensors composed of factor matrices. Subsequently, a tensor decomposition method based on the Vandermonde structure of factor matrices was proposed, and closed-form solutions for factor matrices were derived through algebraic theory. Finally, the azimuth angle of the channel was estimated by leveraging the structural properties of the matrices, and the channel gain was derived using the least square method, thereby achieving complete channel reconstruction. Simulation results demonstrate that compared to other relevant methods, the proposed method not only lowers computational complexity, but also improves channel estimation performance by approximately 5 dB.

Key words: MIMO system, movable antenna, tensor decomposition, channel estimation

0 引言

过去数十年, 无线通信领域取得了革命性进展, 多输入多输出 (multiple-input multiple-output,

MIMO) 和多用户通信技术显著提升了系统吞吐量和可靠性, 尤其是大规模 MIMO 天线阵列技术的发展, 进一步提高了频谱效率和覆盖能力^[1-2]。然

收稿日期: 2026-01-08; 修回日期: 2026-03-25

通信作者: 李有明, liyouming@nbu.edu.cn

基金项目: 国家重点研发计划基金资助项目 (No.2023YFC2809400); 国家自然科学基金资助项目 (No.61571250); 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY22F010018)

Foundation Items: The National Key Research and Development Program of China (No.2023YFC2809400), The National Natural Science Foundation of China (No.61571250), The Natural Science Foundation of Zhejiang Province (No.LY22F010018)

而,增加天线规模会带来高昂的硬件成本、能耗和处理复杂性。此外,现有的大规模 MIMO 技术大多基于固定天线布局,在应对用户在空间分布非均匀时的灵活性仍显不足,难以适应环境与遮挡条件的动态变化,造成天线资源在空间上的低效配置^[3-4]。近年来,可移动天线(movable antenna, MA)技术的出现,有效地解决了固定天线架构空间可重构性不足、难以适应用户分布与环境变化的问题,实现了信道增益增强与干扰抑制,从而有效地提升了链路质量与频谱利用率^[5-6],不仅在毫米波与太赫兹通信中成为构建新一代无线通信系统的关键技术,也使其在低移动性物联网场景(如智慧城市和工业自动化)中展现出广泛的应用前景^[7-9]。

目前,围绕 MA 的发射机与接收机设计正成为一个热点研究。文献[10]提出了一种基于场响应的信道模型,可有效刻画发射端与接收端在不同位置组合下的多径传播特性,为系统中的 MA 位置优化提供了理论基础。文献[11]在上行多用户场景中,通过联合优化天线位置与发射功率,实现了满足速率约束条件下的最小总功耗。然而 MA 位置优化依赖精确的信道状态信息(channel state information, CSI),如何获取 CSI 成为限制 MA 系统性能提升的关键挑战。

为了获取准确的 CSI,现有 MA 信道估计研究主要集中在压缩感知(compressed sensing, CS)方法和张量分解方法两大类。文献[12]首次提出了 MA 信道基于压缩感知的重构方法,通过“发射端-接收端串行压缩感知”(successive transmitter-receiver compressed sensing, STRCS)在有限测量位置上估计多径离开角(angle of departure, AOD)、到达角(angle of arrival, AOA)与复增益,并重构整个发射/接收区域的 CSI。文献[13]面向一般 MA 通信场景构造 CS 测量矩阵,并优化训练位置设计,相比 STRCS 方法在相同导频数下能获得信道估计更低的归一化均方误差(normalized mean square error, NMSE)。文献[14]提出了通用的场响应信道模型与 CS 信道估计框架,通过联合估计多径 AOD/AOA 与增益,并系统分析了 MA 采样位置对测量矩阵互相关性的影响。然而,CS 类方法严格依赖预设的离散角度字典,真实角度往往偏离预设网格,导致严重的能量泄漏与估计误差,而试图通过高密度网格来缓解此问题,又会造成感知矩阵维度

增大,难以兼顾精度与复杂度。

为了克服压缩感知的网格失配缺陷,利用信号的多维结构特性,张量分解类方法实现了不需要预设字典的高精度参数估计。文献[15]将毫米波 MIMO-OFDM 系统的多维接收信号建模为低秩张量,通过规范多面体(canonical polyadic, CP)分解在连续域上提取角度与时延参数,消除了压缩感知中的网格失配误差。文献[16]利用张量的平行因子(parallel factor, PARAFAC)结构,将可重构智能表面(reconfigurable intelligent surface, RIS)系统中高度耦合的乘性级联信道成功解耦。受其在 MIMO 及 RIS 领域的成功应用启发,该技术也被引入 MA 信道估计中。文献[17]针对多 MA 系统提出了一种基于贝叶斯张量分解的五维参数估计方法,在低信噪比(SNR)下具有较优的角度估计精度与鲁棒性,但计算复杂度高且依赖先验信息分布。文献[18]采用张量分解并结合两阶段天线移动模式实现 MA-MIMO 信道重构的迭代方法,导频开销低于压缩感知方法。然而,现有的张量类方法大多属于迭代求解框架,其核心弊端在于对初始化参数高度敏感以及迭代过程的不可控,在低信噪比或复杂信道下,方法极易陷入局部最优或出现振荡不收敛,且高昂的迭代计算成本也限制了其实际应用。

针对现有方法计算复杂度高且在低信噪比下性能受限的问题,本文提出了一种基于范德蒙德结构张量分解的信道估计方法。首先构建发射端与接收端天线依次移动的两阶段导频训练模式,将两阶段接收到的信号堆叠为三阶张量,其中不同的信道参数分别映射至对应的因子矩阵中;然后基于因子矩阵范德蒙德结构的张量分解,通过代数推导得到因子矩阵的闭式解,从而避免了复杂的迭代过程;最后利用估计出的因子矩阵结构特性提取信道方位角,并结合最小二乘法估算信道增益,实现了任意发射端与接收端位置组合下的完整信道重构。仿真实验结果表明,所提方法在有效降低计算复杂度的同时,提升了信道估计的性能。

1 系统模型

考虑一个发射端和接收端分别配备 M 个和 N 个 MA 的 MIMO 系统,如图 1 所示,其中 MA 通过柔性电缆连接到射频链路上,其位置可以通过驱动元件机械调整。第 $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ 根发射天线的位置

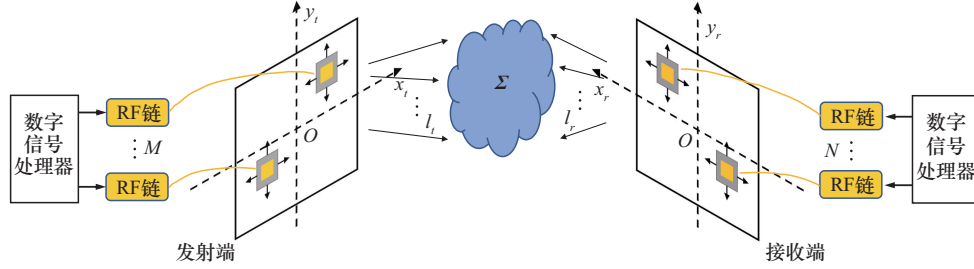


图1 可移动天线辅助无线通信场景示意

为 $\mathbf{t}_m = [x'_m, y'_m]^T$, 第 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ 根接收天线的位置为 $\mathbf{r}_n = [x''_n, y''_n]^T$, 发射端天线的坐标集合为 $\mathbf{t} = [\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_M]$, 接收端天线的坐标集合为 $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N]$, 则基于场响应模型的输入输出关系可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}(\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{t}})\mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{H}(\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{t}}) \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示与发射端/接收端天线位置相关的MIMO信道矩阵, $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^M$ 表示归一化功率为1的传输导频矢量, $\mathbf{z} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ 表示加性白高斯噪声矢量。

由于发射端和接收端在给定区域内通常是静态的或缓慢移动的, 因此可以将信道建模为准静态信道。假设发射和接收MA能够足够快地移动, 与更长的信道相干时间相比, 调整MA位置的时间开销是可以容忍的。发射端与接收端之间的距离远大于整个天线面板尺寸, 信号由发射端经过 L_t 条发射路径、 L_r 条接收路径到达接收端, 此时发射和接收区域内的每个天线所经历的信号的AOD、AOA以及复增益系数幅值保持恒定且独立, 只有复增益系数相位会随天线单元的位置移动而改变, 根据文献[10]中的场响应模型, 式(1)中的MIMO信道矩阵可以表示为:

$$\mathbf{H}(\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{t}}) = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}})^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{t}}) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{t}}) = [\mathbf{g}(\mathbf{t}_1), \dots, \mathbf{g}(\mathbf{t}_M)] \in \mathbb{C}^{L_t \times M}$ 为发射端的场响应矩阵, 由发射天线位置的场响应矢量 $\mathbf{g}(\mathbf{t}_m) = [e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\rho_1(\mathbf{t}_m)}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\rho_{L_t}(\mathbf{t}_m)}]$ 组成, $\rho_{l_t}(\mathbf{t}_m) = x_m \cos \theta_{l_t} \sin \varphi_{l_t} + y_m \cos \varphi_{l_t}$ 表示第 l_t 条发射路径的传播相位差, θ_{l_t} 和 φ_{l_t} 分别表示该条路径的俯仰角与方位角, λ 表示发射信号的波长; $\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}) = [\mathbf{f}(\mathbf{r}_1), \dots, \mathbf{f}(\mathbf{r}_N)] \in \mathbb{C}^{L_r \times N}$ 为接收端的场响应矩阵, $\mathbf{f}(\mathbf{r}_n) = [e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\rho_1(\mathbf{r}_n)}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\rho_{L_r}(\mathbf{r}_n)}]$ 为接收天线位置的场

响应矢量, $\rho_{l_r}(\mathbf{r}_n) = x_n \cos \theta_{l_r} \sin \varphi_{l_r} + y_n \cos \varphi_{l_r}$ 表示第 l_r 条接收路径的传播相位差, θ_{l_r} 和 φ_{l_r} 分别表示该条路径的俯仰角与方位角; 路径响应矩阵 $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{C}^{L_r \times L_t}$ 表示由发射端到接收端的路径响应系数, 其中每条发射路径与接收路径之间的响应系数为 σ_{l_t, l_r} 。

针对移动天线系统的信道估计, 首先将发射端与接收端的可移动区域 Γ_t 和 Γ_r 分别离散化为 $\Gamma_t = \frac{I_x I_y}{\Delta^2}$ 和 $\Gamma_r = \frac{J_x J_y}{\Delta^2}$ 网格, 并以相邻网格中心的间距 Δ 定义为空间采样分辨率。所有发射天线与接收天线位置对之间的基于场响应信道共享有限数量的AOD、AOA以及相关的路径增益系数。

在第一个阶段, 发射端MA在区域 Γ_t 移动并发射导频信号, 接收端MA保持固定在初始位置 $\tilde{\mathbf{r}}^0 = [\mathbf{r}_1^0, \dots, \mathbf{r}_N^0]$ 。假设 $I = I_x I_y$ 表示导频训练中发射端天线移动的网格位置总数, 其中对应的移动位置记作 \mathbf{t}_i , $i = 1, \dots, I$, 对于每一个发射天线的位置 \mathbf{t}_i , 位于该位置的某一个发射天线发射一个单位功率的导频符号为 s_i 。由此, 接收到的导频信号表示为:

$$\mathbf{y}'_i = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}^0)^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{g}(\tilde{\mathbf{t}}_i) s_i + \mathbf{z}'_i \quad (3)$$

将接收到的信号与 s_i^* 相乘消去导频符号, 并接收所有 I 个不同发射端的天线位置, 得到:

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}^0)^H \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}(\Gamma_t) + \mathbf{Z}' \quad (4)$$

其中, $\mathbf{Y}' = [\mathbf{y}'_1, \dots, \mathbf{y}'_I] \in \mathbb{C}^{N \times I}$ 表示接收信号矩阵, $\mathbf{Z}' = [\mathbf{z}'_1, \dots, \mathbf{z}'_I] \in \mathbb{C}^{N \times I}$ 表示接收端处的加性白高斯噪声, $\mathbf{G}(\Gamma_t) = [\mathbf{g}(\mathbf{t}_1), \dots, \mathbf{g}(\mathbf{t}_I)] \in \mathbb{C}^{L_t \times I}$ 表示发射端所有天线位置的场响应矩阵。

注意, 矩阵 $\mathbf{G}(\Gamma_t)$ 的每一行对应于不同发射端天线位置的离开角。令 $\vartheta_{l_t} = \cos \theta_{l_t} \sin \varphi_{l_t}$, $\eta_{l_t} = \cos \varphi_{l_t}$, 且 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\vartheta}, \boldsymbol{\eta}') \triangleq \mathbf{G}(\Gamma_t)^H$, 其中 $\boldsymbol{\vartheta}' = [\vartheta'_1, \dots, \vartheta'_{L_t}]$, $\boldsymbol{\eta}' = [\eta'_1, \dots, \eta'_{L_t}]$, 则矩阵 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\vartheta}', \boldsymbol{\eta}')$ 的第 l_t 列可以看作一个

发射端的波束导向矢量:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\vartheta_l, \eta_l) = & \\ & [e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_1\vartheta_l + y_1\cos\eta_l)}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(x_r\vartheta_l + y_r\cos\eta_l)}]^\top = \\ & \mathbf{a}_x(\vartheta_l) \otimes \mathbf{a}_y(\eta_l) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{a}_x(\vartheta_l) \in \mathbb{C}^{I_x \times 1}$, $\mathbf{a}_y(\eta_l) \in \mathbb{C}^{I_y \times 1}$ 。接收信号矩阵可以表示为:

$$\tilde{\mathbf{Y}}^t = \mathbf{A}(\vartheta^t, \eta^t) \sum^H \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}^0) + \tilde{\mathbf{Z}}^t = (\mathbf{A}_x \odot \mathbf{A}_y) \mathbf{D}_t^\top + \tilde{\mathbf{Z}}^t \quad (6)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Y}}^t = (\mathbf{Y}^t)^\mathbf{H}$, $\tilde{\mathbf{Z}}^t = (\mathbf{Z}^t)^\mathbf{H}$, $\mathbf{D}_t = \sum^H \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}^0)$, $\mathbf{A}_x = (\mathbf{a}_x(\vartheta_1), \dots, \mathbf{a}_x(\vartheta_{L_t}))$, $\mathbf{A}_y = (\mathbf{a}_y(\vartheta_1), \dots, \mathbf{a}_y(\vartheta_{L_t}))$, 符号 \odot 表示卡特里-拉奥 (Khatri-Rao) 乘积运算。

在第二个阶段, 让发射端 MA 保持固定在初始位置 $\tilde{\mathbf{r}}^0 = [t_1^0, \dots, t_M^0]$, 接收端 MA 在区域 Γ_r 内不同位置移动接收导频信号。令 $J = J_x J_y$ 表示用于导频训练的接收端天线网格移动位置的总数, 对应 N 个接收天线的移动位置 \mathbf{r}_j , $j = 1, \dots, \frac{J}{N}$ 。设 \mathbf{S} 为所有发射端天线同时发射的导频矩阵, 并满足 $\mathbf{S}\mathbf{S}^\mathbf{H} = \mathbf{I}_M$, 则接收到的信号表示为:

$$\mathbf{Y}_j^r = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}_j)^\mathbf{H} \sum \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{r}}^0) \mathbf{S} + \mathbf{Z}_j^r \quad (7)$$

在该阶段, 将接收端天线移动 $\frac{J}{N}$ 次以覆盖区域 Γ_r 。令 $\tilde{\mathbf{Y}}_j^r = \mathbf{Y}_j^r \mathbf{S}^\mathbf{H}$, 收集 $\frac{J}{N}$ 个位置移动对应的 $\tilde{\mathbf{Y}}_j^r$, 得到:

$$\tilde{\mathbf{Y}}^r = \mathbf{F}(\Gamma_r)^\mathbf{H} \sum \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{r}}^0) + \tilde{\mathbf{Z}}^r = (\mathbf{B}_x \odot \mathbf{B}_y) \mathbf{D}_r^\top + \tilde{\mathbf{Z}}^r \quad (8)$$

其中, $\tilde{\mathbf{Y}}^r = [(\tilde{\mathbf{Y}}_1^r)^\top, \dots, (\tilde{\mathbf{Y}}_{\frac{J}{N}}^r)^\top]^\top \in \mathbb{C}^{J \times M}$, $\mathbf{D}_r = (\sum \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{r}}^0))^\top$, $\mathbf{F}(\Gamma_r)^\mathbf{H} \triangleq \mathbf{B}(\vartheta^r, \eta^r) = (\mathbf{B}_x \odot \mathbf{B}_y)$, $\vartheta^r = [\vartheta_1^r, \dots, \vartheta_{L_t}^r]$, $\eta^r = [\eta_1^r, \dots, \eta_{L_t}^r]$ 。

基于 CP 张量分解的定义^[19], 式(6)中的 $\tilde{\mathbf{Y}}^t$ 和式(8)中的 $\tilde{\mathbf{Y}}^r$ 可以分别看作三阶张量 $\tilde{\mathbf{Y}}^t \in \mathbb{C}^{I_x \times I_y \times N}$ 和 $\tilde{\mathbf{Y}}^r \in \mathbb{C}^{J_x \times J_y \times M}$ 展开为矩阵的形式, 其因子矩阵分别为 $\{\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y, \mathbf{D}_t\}$ 和 $\{\mathbf{B}_x, \mathbf{B}_y, \mathbf{D}_r\}$ 。得益于天线移动位置是等间距连续采样的, 因子矩阵 \mathbf{A}_x 、 \mathbf{A}_y 、 \mathbf{B}_x 和 \mathbf{B}_y 具有范德蒙德矩阵结构特性。由于毫米波信道固有的稀疏散射特性, 路径数 L 相对于接收信号张量的维数通常很小, 使三阶张量 $\tilde{\mathbf{Y}}^t$ 和 $\tilde{\mathbf{Y}}^r$ 呈现出低秩特性。

2 基于范德蒙德结构张量分解的信道估计方法

本节利用接收信号中因子矩阵的范德蒙德结构

特性, 采用基于代数的张量分解方法对因子矩阵进行求解, 进而估计信道参数并重构信道矩阵。

2.1 张量分解

假设路径数 L 是预先已知的, 如果路径数 (即张量的秩) 未知, 则可以采用最小描述长度 (minimum description length, MDL) 准则进行估计^[20]。

根据阶段一的接收张量 $\tilde{\mathbf{Y}}^t$, 对其模式-3 展开可以得到:

$$\mathbf{Y}_{(3)}^t = \mathbf{D}_t (\mathbf{A}_y \odot \mathbf{A}_x)^\top + \mathbf{Z}_{(3)} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{Z}_{(3)}$ 是噪声 \mathbf{Z} 的模式-3 展开形式。

定义一个整数对 (K_1, L_1) , 使其满足 $K_1 + L_1 = I_y + 1$, 然后定义循环选择矩阵 $\mathbf{J}_\ell = [\mathbf{0}_{K_1 \times (\ell-1)} \mathbf{I}_{K_1} \mathbf{0}_{K_1 \times (L_1 - \ell)}] \in \mathbb{C}^{K_1 \times I_y}$, $\ell \in \{1, \dots, L_1\}$ 。通过循环选择矩阵, 可以提取出矩阵的某一部分子矩阵。对 $\mathbf{Y}_{(3)}^t$ 进行空间平滑操作, 可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_s = & [(\mathbf{J}_1 \otimes \mathbf{I}_{I_x}) \mathbf{Y}_{(3)}^\top, \dots, (\mathbf{J}_{L_1} \otimes \mathbf{I}_{I_x}) \mathbf{Y}_{(3)}^\top] = \\ & [((\mathbf{J}_1 \mathbf{A}_y) \odot \mathbf{A}_x) \mathbf{D}_t^\top, \dots, ((\mathbf{J}_{L_1} \mathbf{A}_y) \odot \mathbf{A}_x) \mathbf{D}_t^\top] + \mathbf{Z}_{(3)}^\top \end{aligned} \quad (10)$$

其中, \mathbf{I}_{I_x} 表示 $I_x \times I_x$ 的单位矩阵。利用因子矩阵 \mathbf{A}_y 的范德蒙德结构, 可以得到:

$$\mathbf{J}_\ell \mathbf{A}_y = \mathbf{J}_1 \mathbf{A}_y \text{diag}([\mathbf{A}_y]_{\ell,:}) \quad (11)$$

其中, $[\mathbf{A}_y]_{\ell,:}$ 表示矩阵 \mathbf{A}_y 的第 ℓ 行。将式(11)代入式(10)中, 可以得到:

$$\mathbf{Y}_s^\top = (\mathbf{A}_{y(K_1,:)} \odot \mathbf{A}_x) (\mathbf{A}_{y(L_1,:)} \odot \mathbf{D}_t)^\top + \mathbf{Z}_s \in \mathbb{C}^{K_1 I_x \times L_1 M} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{A}_{y(K_1,:)}$ 表示矩阵 \mathbf{A}_y 的前 K_1 行, \mathbf{Z}_s 为经过空间平滑后的噪声矩阵。对 \mathbf{Y}_s^\top 进行奇异值分解 (singular value decomposition, SVD), 得到 $\mathbf{Y}_s^\top = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^\mathbf{H}$ 。为了表达简洁, 在以下的推导过程中忽略噪声项, 实际在噪声存在的情况下, 可以近似满足下列代数关系。由于矩阵 $\mathbf{A}_{y(K_1,:)} \odot \mathbf{A}_x$ 是列满秩的, 且假设路径数 L_t 已知, 那么存在一个非奇异矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{L_t \times L_t}$ 满足:

$$\mathbf{U}\mathbf{P} = \mathbf{A}_{y(K_1,:)} \odot \mathbf{A}_x \quad (13)$$

$$\mathbf{V}^* \mathbf{S}\mathbf{P}^{-\top} = \mathbf{A}_{y(L_1,:)} \odot \mathbf{D}_t \quad (14)$$

进一步得到:

$$\mathbf{U}_1 \mathbf{P} = \mathbf{A}_{y(K_1,:)} \odot \mathbf{A}_x \quad (15)$$

$$U_2 P = \bar{A}_{y(K_1,:)} \odot A_x \quad (16)$$

其中, $U_1 = U_{(1:(K_1-1)L_x)}$, $U_2 = U_{((L_x+1):K_1L_x)}$, $\underline{A}_{y(K_1,:)} = A_{y(1:(K_1-1),:)} \in \mathbb{C}^{(K_1-1) \times L_x}$, $\bar{A}_{y(K_1,:)} = A_{y(2:K_1,:)} \in \mathbb{C}^{(K_1-1) \times L_x}$.

利用矩阵 A_y 的范德蒙德结构特性, 有:

$$U_1 P W = U_2 P \quad (17)$$

其中, $W = \text{diag}\{[w_1, \dots, w_{L_x}]\}$, $\{w_\ell = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} \phi_\ell^t}\}_{\ell=1}^{L_x}$ 是因子矩阵 A_y 的生成因子。

根据式(17)得到:

$$U_1^\dagger U_2 = P W P^{-1} = Q A Q^{-1} \quad (18)$$

其中, A 和 Q 分别为对 $U_1^\dagger U_2$ 进行特征值分解 (eigenvalue decomposition, EVD) 得到的以特征值为对角元素的对角矩阵以及由对应特征向量组成的矩阵。根据 EVD 的性质, 有:

$$\begin{aligned} A &= W \Pi \\ Q &= P A \Pi \end{aligned} \quad (19)$$

其中, A 和 Π 分别为包含未知缩放模糊度分量的非奇异对角矩阵和未知列顺序的置换矩阵。

由式(19)可知, 对应的特征值即存在排列模糊的矩阵 A_y 的生成因子, 因此基于估计的生成因子 $\hat{w}_\ell = [A]_{\ell,\ell}$, 因子矩阵 A_y 的第 ℓ 列可表示为:

$$\hat{a}_y^\ell = [\hat{w}_\ell, \hat{w}_\ell^2, \dots, \hat{w}_\ell^{L_x}]^T \quad (20)$$

从而可以得到 $\hat{A}_y = [\hat{a}_y^1, \dots, \hat{a}_y^{L_x}]$ 。

根据式(13)以及 Khatri-Rao 积的性质, 可以得到因子矩阵 A_x 的第 ℓ 列估计为:

$$\hat{a}_x^\ell = \left(\frac{\hat{a}_{y(K_1,:)}^{\ell H}}{\hat{a}_{y(K_1,:)}^{\ell H} \hat{a}_{y(K_1,:)}^\ell} \otimes I_{L_x} \right) U q_\ell \quad (21)$$

其中, q_ℓ 是矩阵 Q 第 ℓ 列, 由此可以得到 $\hat{A}_x = [\hat{a}_x^1, \dots, \hat{a}_x^{L_x}]$ 。

类似地, 根据式(14)得到因子矩阵 D_t 的第 ℓ 列估计为:

$$\hat{d}^\ell = \left(\frac{\hat{a}_{y(L_1,:)}^{\ell H}}{\hat{a}_{y(L_1,:)}^{\ell H} \hat{a}_{y(L_1,:)}^\ell} \otimes I_M \right) V^* S [Q^{-T}]_{:, \ell} \quad (22)$$

从而可以得到 $\hat{D}_t = [\hat{d}^1, \dots, \hat{d}^{L_x}]$ 。

同理, 可以得到阶段二接收张量 \hat{Y}^r 的因子矩阵估计值 $\{\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{D}_r\}$ 。

2.2 角度参数估计与信道重构

在完成因子矩阵估计后, 本节将从估计的因子

矩阵的列结构中获取 AOD 和 AOA 的信道参数, 并采用最小二乘法完成信道增益估计, 从而重构完整信道。

因子矩阵 A_x 和 A_y 具有范德蒙德结构, 有助于以无网格化方式估计 AOD。具体而言, 矩阵 A_x 的第 l_t 列可以表示为 $a_x(\vartheta_{l_t}) = [1, \omega_{l_t}, \dots, (\omega_{l_t})^{L_x-1}]$, 其生成因子为 $\omega_{l_t} = e^{-j\frac{2\pi\Delta}{\lambda} \vartheta_{l_t}}$ 。因此, 可以得到 $[\hat{a}_x^t]_{1:L_x-1} \hat{\omega}_{l_t} = [\hat{a}_x^t]_{2:L_x}$, 根据 ω_{l_t} 和 ϑ_{l_t} 的一一对应关系, ϑ_{l_t} 的估计值可以从 ω_{l_t} 的相位中获取。

$$\hat{\vartheta}_{l_t} = -\frac{\lambda}{2\pi\Delta} \angle \hat{\omega}_{l_t}, l_t = 1, \dots, L_t \quad (23)$$

其中, \angle 表示提取该相位角, $\hat{\omega}_{l_t} = [\hat{a}_x^t]_{1:L_x-1}^\dagger [\hat{a}_x^t]_{2:L_x}$ 。类似地, 根据 \hat{A}_y 得到 η_{l_t} 的估计值:

$$\hat{\eta}_{l_t} = -\frac{\lambda}{2\pi\Delta} \angle \hat{v}_{l_t}, l_t = 1, \dots, L_t \quad (24)$$

其中, $\hat{v}_{l_t} = [\hat{a}_y^t]_{1:L_y-1}^\dagger [\hat{a}_y^t]_{2:L_y}$, $\hat{a}_y(\eta_{l_t}) = [1, v_{l_t}, \dots, (v_{l_t})^{L_y-1}]$ 表示 \hat{A}_y 的第 l_t 列。

同理, 得到 AOA 信道参数的估计值:

$$\hat{\vartheta}_{l_r} = -\frac{\lambda}{2\pi\Delta} \angle \hat{\omega}_{l_r}, l_r = 1, \dots, L_r \quad (25)$$

$$\hat{\eta}_{l_r} = -\frac{\lambda}{2\pi\Delta} \angle \hat{v}_{l_r}, l_r = 1, \dots, L_r \quad (26)$$

其中, $\hat{\omega}_{l_r} = [\hat{b}_x^t]_{1:L_x-1}^\dagger [\hat{b}_x^t]_{2:L_x}$, $\hat{v}_{l_r} = [\hat{b}_y^t]_{1:L_y-1}^\dagger [\hat{b}_y^t]_{2:L_y}$, \hat{b}_x 和 \hat{b}_y 分别为 \hat{B}_x 和 \hat{B}_y 的第 l_r 列矢量。

根据式(23)~式(26)求得的 AOD 和 AOA 参数的估计值以及式(22)得到 \hat{D}_t 与 \hat{D}_r , 由 $D_t = \Sigma^H F(\tilde{r}^0)$ 和 $D_r = (\Sigma G(\tilde{r}^0))^T$ 可以求得路径响应矩阵 Σ 的估计值, 进而重构出发射天线与接收天线在可移动区域内任意位置的信道矩阵。具体来说, 对式(6)和式(8)进行向量化得到:

$$\begin{cases} y^t = \Phi^t(\vartheta^t, \eta^t, \vartheta^r, \eta^r) \sigma + z^t \\ y^r = \Phi^r(\vartheta^t, \eta^t, \vartheta^r, \eta^r) \sigma + z^r \end{cases} \quad (27)$$

其中, y^t 、 y^r 和 σ 分别为 \tilde{Y}^t 、 \tilde{Y}^r 和 Σ 的向量化形式, $\Phi^t(\vartheta^t, \eta^t, \vartheta^r, \eta^r) = G(\Gamma_t)^T \otimes F(\tilde{r}^0)^H$, $\Phi^r(\vartheta^t, \eta^t, \vartheta^r, \eta^r) = G(\tilde{r}^0)^T \otimes F(\Gamma_r)^H$ 。

因此, 可以得到 σ 的估计:

$$\hat{\sigma} = \hat{\Phi}^\dagger y \quad (28)$$

其中, $y = [(y^t)^T, (y^r)^T]^T$, $\hat{\Phi} = [(\hat{\Phi}^t)^T, (\hat{\Phi}^r)^T]^T$, $\hat{\Phi}^t$

和 $\hat{\Phi}^r$ 分别是基于估计得到的 AOD 和 AOA 参数构建的观测矩阵。发射天线与接收天线在可移动区域内任意位置的信道矩阵重构为：

$$\hat{H}(\tilde{r}, \tilde{t}) = \hat{F}(\tilde{r})^H \hat{\Sigma} \hat{G}(\tilde{t}) \quad (29)$$

其中， $\hat{\Sigma}$ 为 $\hat{\sigma}$ 的矩阵形式， $\hat{G}(\tilde{t})$ 和 $\hat{F}(\tilde{r})$ 分别是基于估计的 AOD 和 AOA 构建的场响应矩阵。

2.3 复杂度分析

本节对所提方法及对比方法的计算复杂度进行了分析。所提张量分解方法的计算复杂度主要由以下 3 个部分组成：构造空间平滑矩阵 \mathbf{Y}_s 步骤主要涉及数据的索引与重排，其计算复杂度与矩阵元素总数成正比，约为 $O(I_x N K_1 L_1)$ ；对 \mathbf{Y}_s^T 进行截断奇异值分解以提取前 L 个主分量，这是整个算法计算复杂度的主导部分，复杂度为 $O((I_x K_1) * (N L_1) * L)$ ，考虑到 $K_1 + L_1 = I_y + 1$ ，当 $K_1 \approx \frac{I_y}{2}$ 时，该项复杂度约为 $O(I_x I_y^2 N L)$ ；后续步骤包括构建旋转不变方程和特征值分解，对 $L \times L$ 维矩阵 $\mathbf{U}_1^\dagger \mathbf{U}_2$ 进行特征值分解，复杂度为 $O(K_1 I_x L^2 + L^3)$ ，由于 $L \ll I_x, I_y, N$ ，此部分相对于 SVD 步骤可忽略不计，因此所提方法的总体复杂度由 SVD 步骤主导，即 $O(I_x I_y^2 N L)$ 。存储原始张量 $\tilde{\mathbf{Y}}$ 的空间为 $O(I_x I_y N)$ ，由于构造 \mathbf{Y}_s 引入了数据的重复排列，平滑矩阵的空间需求膨胀为 $O(I_x N K_1 L_1)$ ，相比于原始数据，空间占用增加了约 $\frac{I_y}{4}$ ，这是处理相干信号必须付出的内存代价，该开销通常是可接受的。

对比方法 OMP 通过字典搜索实现，其复杂度为 $O(I_x I_y N L G)$ ，其中 G 代表空间维度的量化网格精度（即字典大小）。为了缓解“栅栏效应”并保证估计精度，通常需要极大的 G 值，这显著增加了其计算复杂度。对比方法 ALS 作为一种迭代优化方法，其单次迭代复杂度涉及矩阵乘法与求逆，总复杂度表示为 $O(N_{\text{iter}} \cdot (I_x I_y N L + \sum_{n=1}^3 \frac{I_x I_y N}{I_n} L^2 + L^3))$ ，其中 N_{iter} 为达到收敛条件所需的迭代次数， $I_n \in \{I_x, I_y, N\}$ 为张量各维度的规模。表 1 汇总了 3 种方法的计算复杂度。从表 1 可以看出，虽然所提方法在 I_y 维度上呈平方级增长，但其避免了 OMP 方法对超大规模字典 G 的依赖，同时也不需要像 ALS 方法那样进行多次迭代以保证收敛，因此所提方法的复杂度低于对比方法。

表 1 3 种方法的计算复杂度对比

方法	计算复杂度
所提方法	$O(I_x I_y^2 N L)$
OMP	$O(I_x I_y N L G)$
ALS	$O(N_{\text{iter}} \cdot (I_x I_y N L + \sum_{n=1}^3 \frac{I_x I_y N}{I_n} L^2 + L^3))$

3 仿真分析

本节通过实验仿真分析验证所提方法的性能，并与 OMP^[14] 和 ALS^[18] 进行性能分析对比。选择这两种经典方法作为基准，既能与当前 MA 前沿研究中的性能锚点保持对齐，又能有效排除复杂方法中超参数的干扰，从而直观地凸显本文利用范德蒙德结构求解的优势。具体仿真参数设置如下：发射端和接收端可移动天线数为 $M = N = 16$ ，载波频率 $f_c = 28$ GHz，天线移动区间为 $8\lambda \times 8\lambda$ ，其中 $\lambda = \frac{c}{f_c}$ ， c 为光速，天线初始位置 \tilde{t}^0 和 \tilde{r}^0 随机分布在移动区域内，可移动网格间距为 $\Delta = \frac{\lambda}{4}$ ，发射端和接收端的信道路径数为 $L_t = L_r = 3$ ，方位角和俯仰角的 AOD/AOA 分别从区间 $[0, \pi]$ 和 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 中随机生成，每条发射路径与接收路径之间的响应系数 σ_{l_r, l_t} 服从复高斯分布 $\mathcal{CN}(0, 1)$ ，所有实验结果都是 1 000 次蒙特卡罗实验的平均值，接收信号的信噪比为 $\text{SNR} \triangleq \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{Z}\|_{\text{F}}^2}{\|\mathbf{Z}\|_{\text{F}}^2}$ ，以归一化均方误差 $\text{NMSE}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbb{E}\left[\frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2}{\|\mathbf{x}\|_2^2}\right]$ 为性能的衡量指标。

图 2 分别为不同方法的信道角度参数估计性能随 SNR 变化的情况，其中 θ_t 和 φ_t 分别表示发射端信号的俯仰角与方位角， θ_r 和 φ_r 分别表示接收端信号的俯仰角与方位角。从图 2(a) 可以观察到，所提方法和 ALS 方法估计的信道参数 θ_t 的 NMSE 均随信噪比的增加而减小，OMP 方法先减小后保持稳定，特别是在高信噪比条件下，所提方法的 NMSE 最小，明显优于 OMP 和 ALS 方法。这是因为低阶张量分解的唯一性随信噪比的提高而增加，从而增强了张量分解的稳定性。此外，当信噪比增加时，OMP 方法没有达到期望的估计效果，这是因为 OMP 的分辨率有限，且采用模式-3 展开将接收信号进行变换会改变字典的稀疏性和相干性，从而导

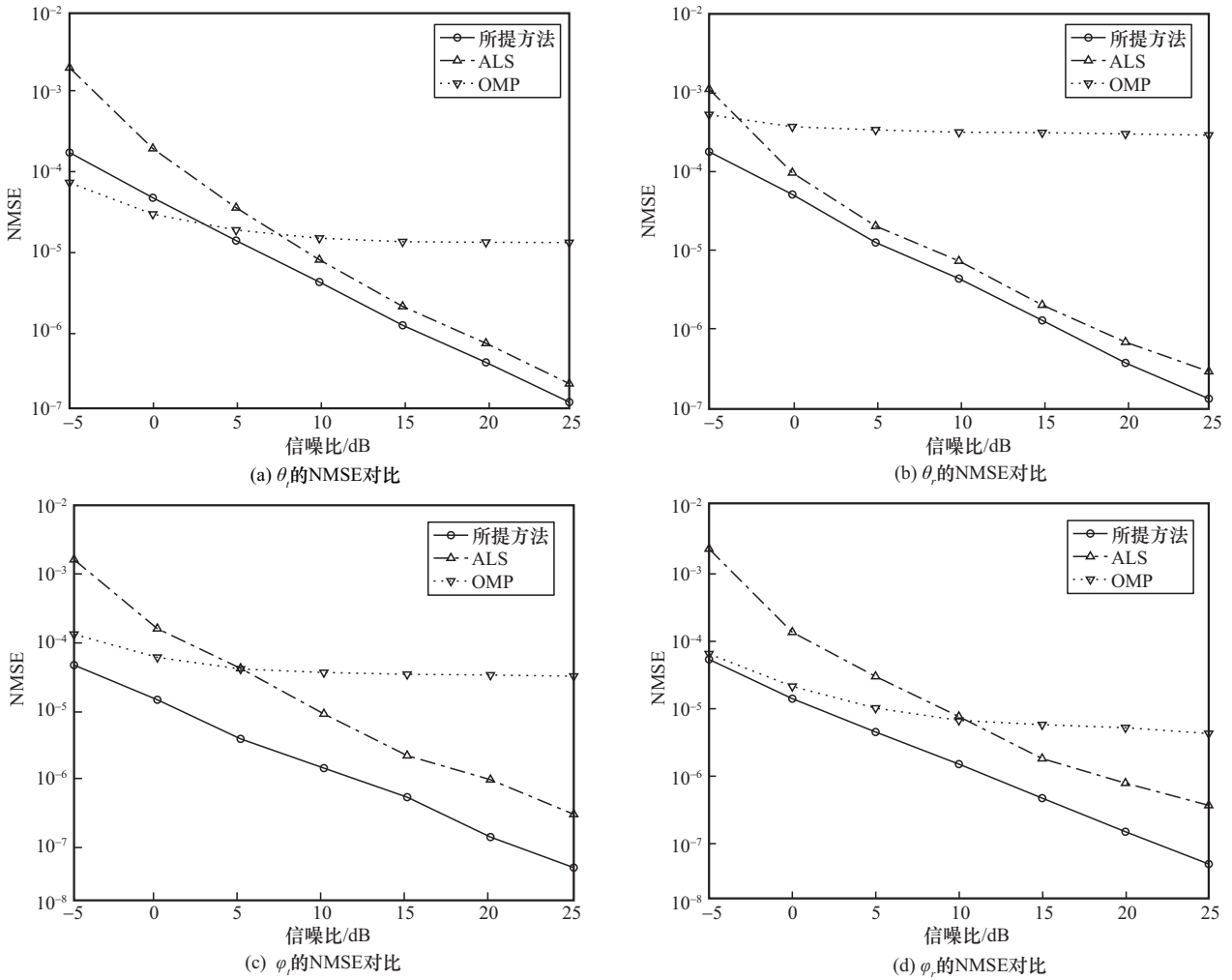


图2 不同方法的信道角度参数估计性能随SNR变化的情况

致部分路径的角度参数估计误差较大。ALS方法在高信噪比情况下性能优于OMP方法，但不及所提方法，其迭代过程中收敛性存在不确定性，难以保证获得全局最优解。总体来说，所提方法实现了最佳的估计性能。关于信道其他参数 θ_r 、 φ_i 和 φ_r 的NMSE有类似的结果，如图2(b)~图2(d)所示。

图3展示了不同方法信道估计的NMSE随SNR变化的情况。随着信噪比的增加，所提方法与ALS方法的误差均呈明显的线性下降趋势，这表明所提方法和ALS方法能够通过提升信号质量持续获得更精确的估计结果，OMP方法无法随着信噪比的提升进一步改善。这是因为OMP方法在采用模式-3展开将接收信号进行变换时会改变字典的相干性。仿真结果表明，所提方法有更优的性能表现，相比于ALS方法，当NMSE达到 10^{-4} 量级时，有约5 dB的信噪比增益。

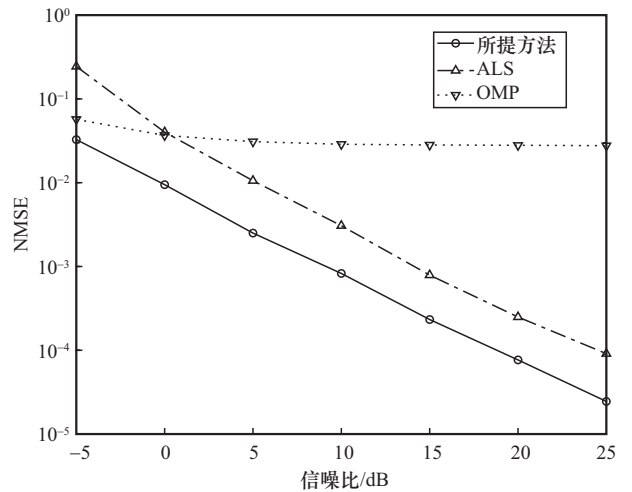


图3 不同方法信道估计的NMSE随SNR变化的情况

图4展示了在SNR=15 dB条件下，信道矩阵估计性能与路径数的关系对比。从图4中可以看出，随着路径数增多，3种方法的信道矩阵估计

NMSE 均显著增大, 但所提方法信道估计的 NMSE 仍小于 ALS 和 OMP 方法, 这表明所提方法具有更好的信道估计性能。

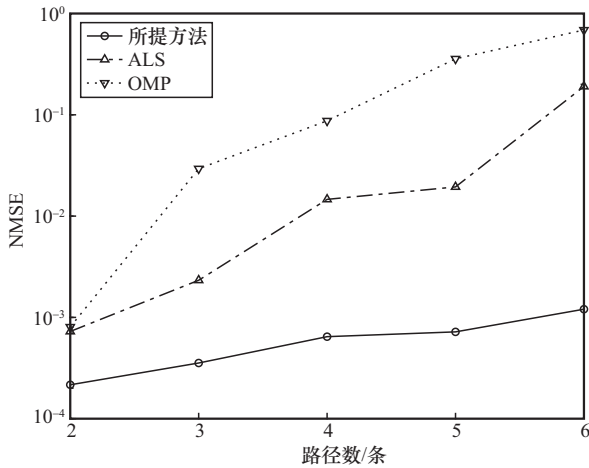


图4 信道矩阵估计性能与路径数的关系对比

图5展示了在SNR=25 dB条件下, 信道矩阵估计性能与天线数的关系对比。从图5中可以看出, 天线数的增加带来了更多独立空间观测, 从而提高了信道估计的可靠性, 所提方法的估计误差明显比ALS和OMP方法更小, 表现出更好的性能。

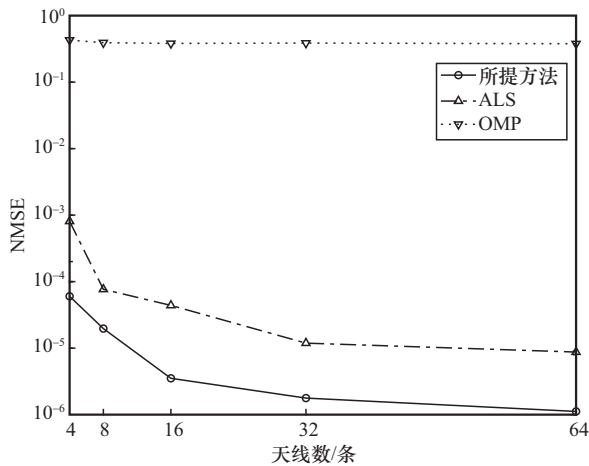


图5 信道矩阵估计性能与天线数的关系对比

图6展示了3种方法运行时间与天线数的比较。天线数的增加虽然能提高估计性能, 但同时也增大了参与计算的矩阵维度与样本规模, 从而导致计算复杂度提升。仿真结果表明, 在讨论的3种方法中, 所提方法运行时间最短, 表明所提方法在信道估计方面具有较低的计算复杂度和实时性优势。

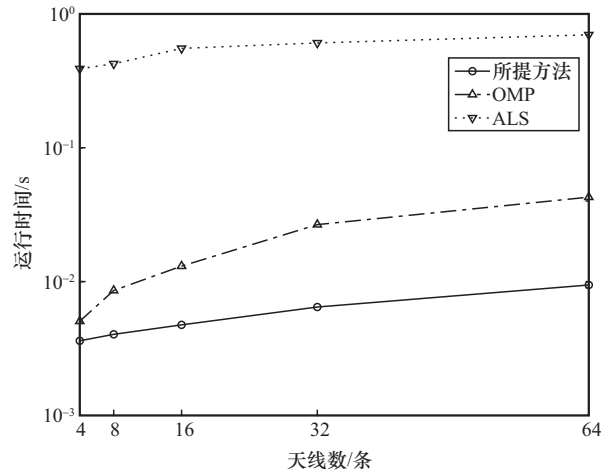


图6 不同方法运行时间与天线数的比较

4 结束语

本文围绕MA辅助的毫米波MIMO系统信道估计展开研究, 构建了一种基于张量建模与分解的低复杂度信道估计方法。通过设计发射端和接收端天线相继移动的两阶段导频训练模式, 将两个阶段接收到的导频信号均表示为由因子矩阵构成的三阶张量, 并利用因子矩阵的范德蒙德结构推导出可直接求解因子矩阵的代数分解方法, 不需要进行耗时的迭代搜索或构建过完备字典, 从而有效解决了传统方法中格点失配与收敛不稳定的问题。在此基础上, 进一步借助矩阵结构特点完成方位角参数提取, 并采用最小二乘准则恢复路径增益, 实现对整体信道的重构。实验仿真表明, 相较传统方法, 所提方法在提高信道估计性能的同时, 可靠性也有一定的提高。后续工作可在此框架上拓展至宽带场景、多用户系统, 以进一步提升可移动天线信道估计方法的实用性与适用范围。

参考文献:

- [1] Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels[J]. European Transactions on Telecommunications, 1999, 10(6): 585-595.
- [2] 王东明, 张余, 魏浩, 等. 面向5G的大规模天线无线传输理论与技术[J]. 中国科学: 信息科学, 2016, 46(1): 3-21.
Wang D M, Zhang Y, Wei H, et al. An overview of transmission theory and techniques of large-scale antenna systems for 5G wireless communications[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2016, 46(1): 3-21.
- [3] Lu L, Li G Y, Swindlehurst A L, et al. An overview of massive MIMO: benefits and challenges[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 742-758.
- [4] Ning B Y, Yang S J, Wu Y F, et al. Movable antenna-enhanced wireless communications: general architectures and implementation methods[J].

- IEEE Wireless Communications, 2025, 32(5): 108-116.
- [5] Zhu L P, Ma W Y, Zhang R. Movable antennas for wireless communication: opportunities and challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2024, 62(6): 114-120.
- [6] Ma W Y, Zhu L P, Zhang R. MIMO capacity characterization for movable antenna systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(4): 3392-3407.
- [7] Beyene Y D, Jantti R, Ruttik K, et al. On the performance of narrow-band Internet of things (NB-IoT) [C]//Proceedings of the 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [8] Dowhuszko A A, Corral-Briones G, Hämäläinen J, et al. Performance of quantized random beamforming in delay-tolerant machine-type communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(8): 5664-5680.
- [9] Hyder M M, Khan R H, Mahata K. An enhanced random access mechanism for smart grid M2M communications in WiMAX networks[C]//Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm). Piscataway: IEEE Press, 2014: 356-361.
- [10] Zhu L P, Ma W Y, Zhang R. Modeling and performance analysis for movable antenna enabled wireless communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(6): 6234-6250.
- [11] Zhu L P, Ma W Y, Ning B Y, et al. Movable-antenna enhanced multi-user communication via antenna position optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(7): 7214-7229.
- [12] Ma W Y, Zhu L P, Zhang R. Compressed sensing based channel estimation for movable antenna communications[J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(10): 2747-2751.
- [13] Cao S Q, Zhu L P, Pi X Y, et al. Channel estimation for movable antenna communication systems based on compressed sensing[C]//Proceedings of the 2024 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2024: 1-6.
- [14] Xiao Z Y, Cao S Q, Zhu L P, et al. Channel estimation for movable antenna communication systems: a framework based on compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(9): 11814-11830.
- [15] Zhou Z, Fang J, Yang L X, et al. Low-rank tensor decomposition-aided channel estimation for millimeter wave MIMO-OFDM systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(7): 1524-1538.
- [16] Wei L, Huang C W, Alexandropoulos G C, et al. Channel estimation for RIS-empowered multi-user MISO wireless communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(6): 4144-4157.
- [17] Hu L T, Tan Z K, Jing Z C, et al. 5-D Bayesian tensor factorization for angle estimation in movable antenna communications[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(12): 18942-18957.
- [18] Zhang R Y, Cheng L, Zhang W, et al. Channel estimation for movable-antenna MIMO systems via tensor decomposition[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2024, 13(11): 3089-3093.
- [19] Kolda T G, Bader B W. Tensor decompositions and applications[J]. SIAM Review, 2009, 51(3): 455-500.
- [20] Liu K F, da Costa J P C L, So H C, et al. Detection of number of components in CANDECOMP/PARAFAC models via minimum description length[J]. Digital Signal Processing, 2016, 51: 110-123.

【作者简介】



李有明 (1963-), 男, 博士, 宁波大学教授、博士生导师, 主要研究方向为智能超表面和深度学习技术及其应用、移动目标的定位与跟踪技术等。



彭永康 (2001-), 男, 宁波大学硕士生, 主要研究方向为无线宽带通信、信道估计。



蔡万源 (1998-), 男, 宁波大学博士生, 主要研究方向为毫米波MIMO信道估计、脉冲噪声估计、图信号处理理论与应用。



洪顺利 (1987-), 男, 宁波大学博士生, 主要研究方向为信号处理、噪声抑制、智能传感器等。